TYT
MATEMATİK
EL KİTABI

- YAYINEVİNE AİT KİTAPLAR
- ÖRNEK PDF'LER
- AKILLI TAHTA UYGULAMALARI
  (PARDUS İLE UYUMLUDUR.)
- VİDEO SORU ÇÖZÜMLERİ
- MOBİL UYGULAMALAR
- LİSE DESTEK ÖĞRENCİ UYGULAMASI

Lise destek
www.lisedestek.com

Kullanım Kılavuzu İçin Karekodu Okut

DijitalSet
DİJİTAL EĞİTİM SETİ
www.dijitalset.com

Sanal Sınıf Entegrasyonu
Mobil Öğretmen ve Öğrenci Uygulamaları
Erişilebilirlik

PRO EL KİTAPLARI

KONU ANLATIM VİDEOLARI VE ÖRNEK SORU ÇÖZÜMLERİNE YAYIN DENİZİ EĞİTİM YOUTUBE KANALINDAN ULAŞABİLİRSİNİZ.

- GÜNCEL MÜFREDATA UYGUN
- KAZANIMLARLA UYUMLU
- RENKLİ-RESİMLİ-TABLOLU
- PRATİK BİLGİLERİ İÇEREN
- TAM KONU ANLATIMI

Video Anlatımlı

Kazanımlara Uyumlu

Çözümlü Örnekler

Öğrenmeyi Kolaylaştıran İpuçları

Video Konu Anlatımı

Önemli Uyarılar

PRO
YAYIN DENİZİ

Genel Yayın Koordinatörü
Ayça AKTAŞ DEMİRCAN

Yazarlar
Servet KAÇARAN
Şenay KAÇARAN
Tuba ÇADIR

Konu Anlatımı
Savaş DAVAZ

Dizgi
Yayın Denizi Dizgi Birimi

06-0921-7500-B / 25 TL
ISBN:978-605-197-400-2

Basım Yeri

yd_yayindenizi
yd_yayindenizi
Yayın Denizi
Mobil uygulama
Yayın Denizi Eğitim

www.yayindenizi.com.tr
yayindenizi@isler.com.tr
0549 839 68 49
YAYIN DENİZİ EĞİTİM

Ön Söz

Sevgili Öğrenciler,

Yayın Denizi PRO serisindeki TYT Matematik El Kitabı üniversiteye hazırlanan tüm öğrenciler ile 9. ve 10. sınıf öğrencileri için aradıkları her bilgiyi kolayca bulabilecekleri bir kaynak kitap niteliğindedir.

Bir öğrencinin Temel Yeterlilik Testi'nin (TYT) matematikle ilgili kısmında ihtiyaç duyabileceği tüm bilgiler bir sistem dahilinde bu kitapta bir araya getirildi.

Bu kitaptaki konular aynı zamanda Akademik Yeterlilik Testi'nin de (AYT) kapsamındadır.

Formüller, özellikler, uyarılar örneklerle desteklendi. Bunun için sıradan örnekler yerine özelliği olan örnekler seçildi.

Kolay anlaşılabilirlik için renkler kullanıldı. İşlem sırası, önemli noktalar renklendirildi.

Uzun paragraflardan kaçınıldı; maddeleştirici anlatım yolu tercih edildi.

Gereksiz detaylara yer verilmedi.

Milli Eğitim Bakanlığı tarafından son olarak Ocak-2018 tarihinde değiştirilen ve 2018-2019 Eğitim Öğretim yılından itibaren tüm sınıflarda ve sınavlarda uygulanacak müfredat değişikliğine hem konu sırası bakımından hem de içerik bakımından tam olarak uyulmuştur.

Kitap, bu özelliği nedeniyle de 9. ve 10. sınıf öğrencileri için de iyi bir başucu kitabıdır.

TYT Matematik El Kitabı kitabından beklediğiniz verimi alabilmenizi temenni ediyoruz.

Başarı dileklerimizle.

ETKİN ÇALIŞMA YÖNTEMİ

- Okulda gün boyu dersler peşinizi bırakmadı. Eve geldiğinizde biraz dinlendikten sonra derse devam etmelisiniz. Çünkü, hedefleriniz ve hayalleriniz var. Bunu asla aksatmamalısınız.
- Kendinize bir ders çalışma saati belirlemeli ve sürekli bunu düşünmelisiniz. Çünkü zihin neyi tekrar ederse kendini o yönde yönlendirir.
- Tekrarı asla bırakmamalısınız. Özellikle yeni öğrendiğiniz bilgiyi günlük tekrar etmelisiniz. Tekrar etmek başarının anahtarıdır. Bilginin pekiştirilmesini ve uzun süreli hafızaya atılmasını sağlar.
- Bilgiyi mutlaka ilişkilendirerek öğrenmelisiniz. Bu yöntem bilginin kalıcı olmasını sağlar.
- Yavaş not alma beynin konsantre olmasını zorlaştırır. Yazma hızı ile beynin çalışma hızı arasında boşluk meydana gelir. Zihin başka alanlara kayar ve konsantrasyon sorunu başlar. Not alma hızınızı kendinize göre belirlemelisiniz.
- Ezberden kaçınmalısınız. Öğrenilen bilginin tam olarak kullanılabilmesi için beyin tarafından analizinin yapılması gerekir. Ezberci sistem bunu engeller.
- Ders çalışırken uygun periyotlarda ara vermelisiniz. Ara vermek odaklanma gücünüzü artıracaktır.
- Sosyal hayatınızda karşınıza güçlükler çıkabilir. Bunlarla başa çıkabilmeli ve mümkün olduğunca ortadan kaldırmaya dikkat etmelisiniz.
- Dikkatinizi uyanık tutmalı ve yaptığınız işe odaklanmalısınız.

Bilgi + **Deneyim** + **Duygu ve Davranış** = **ÖĞRENME**

Eksik konu bırakma.
Kavramları öğren.
Tekrar et.
Konuları şekil ve grafikle destekle.
Konuları günlük yaşamla ilişkilendir.
Okuma alışkanlığı kazan.
Kendine güven.

Başarmak bu kadar kolay!

İçindekiler

Kitaptaki konuları düzenli çalışmanız için aşağıdaki tabloda tarih sütunu açılmıştır. Bu sütunu kullanarak bir çalışma planı oluşturabilirsiniz.

Birbirinden ayrılmış konuların her birini en az 1 günde, en çok 4 günde bitiriniz.

Tüm kitabı en fazla 4 ayda bitirmelisiniz.

Bu kitapta bitirdiğiniz konularla ilgili en az bir soru bankasının (Yayın Denizi Pro Soru Bankalarını öneriyoruz.) konu ile ilgili testlerini çözmelisiniz.

Tarih	Bölüm	Konu	Sayfa
/ /202...	1	Doğal Sayılar ve Tam Sayılar	9
		Tam Sayılarda Bölme ve Bölünebilme	13
/ /202...		Asal Sayılar	17
/ /202...	2	Rasyonel Sayılar, Reel (Gerçek) Sayılar	25
/ /202...	3	Birinci Der. Bir Bil. Denklem ve Eşitsiz.	35
		Temel Eşitsizlik Kuralları	38
		Birinci Der. Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler	42
/ /202...	4	Mutlak Değer	43
/ /202...		Mutlak Değer İçeren Basit Denklemler	50
		Mutlak Değer İçeren Basit Eşitsizlikler	52
/ /202...	5	Birinci Der. İki Bil. Denklem ve Eşitsiz.	55
/ /202...	6	Üslü ve Köklü İfadeler	65
/ /202...		Üslü Denklemler ve Eşitsizlikler	70
/ /202...		Köklü İfadeler	73
		Eşlenik İfadeler	76
/ /202...	7	Oran, Orantı ve Problemler	79
		Orantı	79
		Bileşik Orantı	84
		Ortalamalar	86
/ /202...		Problemler	88

Tarih	Bölüm	Konu	Sayfa
/ /202...	8	Mantık	111
/ /202...	9	Kümeler	127
/ /202...	10	Fonksiyonlar	145
/ /202...		Fonksiyonlarda Dört İşlem	150
		İki Fonksiyonun Kesim Noktaları	153
		Fonksiyon Çeşitleri	155
		Parçalı Tanımlı Fonksiyonlar	158
/ /202...		Fonksiyonlarda Bileşke İşlemi	167
/ /202...		Bir Fonksiyonun Tersi	169
/ /202...	11	Polinomlar ve Çarpanlarına Ayırma	173
		İki Polinomun Bölümü	177
/ /202...		Özdeşlikler	182
		Çarpanlarına Ayırma Metotları	183
/ /202..		Rasyonel İfadeler	190
/ /202...	12	Veri	193
/ /202...	13	Sayma, Pascal Üçgeni, Binom Açılımı	205
/ /202...		Permütasyon	213
		Tekrarlı Permütasyon	217
/ /202...		Kombinasyon	223
/ /202...		Pascal Üçgeni	226
		Binom Açılımı	227
/ /202...	14	Basit Olayların Olasılığı	229
/ /202...	15	İkinci Dereceden Denklemler	243

Ekok ile İlgili Özellikler	**1 Video**
İrrasyonel Sayılar	**1 Video**
Reel (Gerçel) Sayı Aralıkları	**1 Video**
Eşitsizlik Uygulamaları	**1 Video**
Mutlak Değer İçeren Eşitsizlikler	**1 Video**
İki Bilinmeyenli Eşitsizlikler	**1 Video**
Üslü Denklemler ve Eşitsizlikler	**1 Video**
Köklü İfadelerde İşlemler	**1 Video**
Köklü Sayılarda Sıralama	**1 Video**
Altın Oran	**1 Video**
Ağırlıklı Ortalama	**1 Video**
Hız Problemleri	**1 Video**
Mantık	**1 Video**
Alt Kümenin Özellikleri	**1 Video**
Kartezyen Çarpım Kümesi	**1 Video**
Mutlak Değer İçeren Bağıntıların Grafikleri	**1 Video**
Ters Fonksiyonun Grafiği	**1 Video**
İki Polinomun Bölümü	**1 Video**
Polinomların Özdeşliği Uygulaması	**1 Video**
Standart Sapma	**1 Video**
Verilerin Grafiklerle Gösterilmesi	**1 Video**
Tekrarlı Permütasyon Uygulaması	**1 Video**
Kombinasyon Uygulaması	**1 Video**
Binom Açılımı Uygulaması	**1 Video**
Bir Olayın Olasılığı	**1 Video**
İkinci Dereceden Denklem Çözümü	**1 Video**

TYT MATEMATİK
EL KİTABI VİDEO
KONU ANLATIMI BAŞLIKLARI

VİDEO KONU ANLATIMI
YAYIN DENİZİ EĞİTİM
KANALIMIZDA

1. Ünite

DOĞAL ve TAM SAYILAR

- Doğal Sayılar
- Tam Sayılar
- Tam Sayılarda Bölme ve Bölünebilme
- Asal Sayılar
- EBOB ve EKOK

Doğal ve Tam Sayılar

Doğal Sayılar

- Rakam
- Basamak Analizi
- Ardışık Doğal Sayıların Toplamı

Tam Sayılar

- Tam Sayılar
- Tek ve Çift Tam Sayılar
- Ardışık Doğal ve Tam Sayılar

Tam Sayılarda Bölme ve Bölünebilme

- Tam Sayılarda Bölme
- Bölme ile İlgili Özellikler
- Bölünebilme Kuralları

Asal Sayılar

- Asal Çarpanlarına Ayırma
- n! Sayısının Sonundaki 0 Sayısı
- n! Sayısının Çarpanlarının Üssü
- Bir Doğal Sayının Tam Sayı Bölenleri

EBOB ve EKOK

- EBOB Nasıl Bulunur?
- Aralarında Asal Sayılar
- EKOK Nasıl Bulunur?

1. Bölüm

DOĞAL VE TAM SAYILAR

1. DOĞAL SAYILAR

Rakam: Sayıları ifade etmeye yarayan sembollere *rakam* denir. 10'luk sayı sisteminde kullanılan rakamların kümesi, {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}'dur.

Doğal Sayılar: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ..., n, ...\}$ kümesine *doğal sayılar kümesi* denir. En küçük doğal sayı 0'dır. Doğal sayılar kümesi üstten sınırsızdır.

Sayma Sayıları: $\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, ..., n, ...\}$ kümesine *sayma sayıları* kümesi denir. Bu kümeye pozitif doğal sayılar kümesi de denir.

- 0 (sıfır) sayısının pozitif olmadığına dikkat ediniz.

1.1. Basamak Analizi

Rakamların sayıda bulundukları yere *basamak* denir. Bir rakamın, sayıda bulunduğu basamaktaki değerine *basamak değeri* denir.

Bir sayının, sayıyı meydana getiren rakamların basamak değeri cinsinden yazılmasına o sayının *basamak analizi* denir.

- İki basamaklı (ab) sayısı $(ab) = 10 \cdot a + b$ biçiminde yazılabilir.
- Üç basamaklı (abc) sayısı $(abc) = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c$ biçiminde yazılabilir.
- Dört basamaklı (abcd) sayısı $(abcd) = 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d$ biçiminde yazılabilir.
- Buna göre, $n = (a_k \ldots a_2 a_1 a_0)$ doğal sayısının basamak analizi

  $n = (a_k \ldots a_2\, a_1\, a_0) = a_k \cdot 10^k + \ldots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10^1 + a_0$ dır.

1.2. Ardışık Doğal Sayıların Toplamı

- İlk n pozitif doğal sayının toplamı: $1 + 2 + 3 + ... + n = \dfrac{n \cdot (n+1)}{2}$'dir.
- İlk n pozitif çift doğal sayının toplamı: $2 + 4 + 6 + ... + (2n) = n \cdot (n + 1)$'dir.
- İlk n tek doğal sayının toplamı: $1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$ dir.

2. TAM SAYILAR

$\mathbb{Z} = \{..., -n, ..., -2, -1, 0, 1, 2, ..., n, ...\}$ kümesine *tam sayılar kümesi* denir.

$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, ..., n, ...\}$ kümesine *pozitif tam sayılar* kümesi denir.

$\mathbb{Z}^- = \{..., -n, ..., -3, -2, -1\}$ kümesine *negatif tam sayılar* kümesi denir.

Bu tanımlara göre, aşağıdaki sonuçlar yazılabilir:

- $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$ dir.
- $\mathbb{N}^+ = \mathbb{Z}^+$ dir.
- 0 tam sayısı negatif ya da pozitif değildir; işaretsizdir. $-0 = +0 = 0$'dır.

2.1. Tek Tam Sayılar, Çift Tam Sayılar

Tam sayılar kümesi; tek tam sayılar kümesi, çift tam sayılar kümesi olarak da gruplandırılır:

$\{..., -2n, ..., -2, 0, 2, ... , 2n, ...\}$ kümesine *çift tam sayılar* kümesi denir.

$\{..., -2n+1, ..., -1, 1, ... , 2n - 1, ...\}$ kümesine *tek tam sayılar* kümesi denir.

$\{0, 2, 4, ... , 2n ...\}$ kümesine *çift doğal sayılar* kümesi,

$\{1, 3, 5, ... , 2n + 1, ...\}$ kümesine *tek doğal sayılar* kümesi denir.

Tek tam sayılarla çift tam sayılar arasındaki toplama ve çarpma işlemleri için şunları söyleyebiliriz:

- Herhangi iki tek tam sayının toplamı veya farkı çift tam sayıdır.
- Herhangi iki çift tam sayının toplamı veya farkı çift tam sayıdır.
- Bir tek tam sayı ile bir çift tam sayının toplamı veya farkı tek tam sayıdır.
- Herhangi bir çift tam sayı ile herhangi bir tam sayının çarpımı çift tam sayıdır.
- Herhangi iki tek tam sayının çarpımı tek tam sayıdır.
- Tek tam sayıların her doğal sayı kuvveti tek tam sayıdır.
- Sıfırdan farklı tüm tam sayıların sıfırıncı kuvveti 1'dir.
- Çift tam sayıların pozitif doğal sayı kuvvetleri çift tam sayıdır.

2.2. Ardışık Doğal ve Tam Sayılar

Art arda gelen doğal sayılara *ardışık doğal sayılar*, art arda gelen tam sayılara *ardışık tam sayılar* denir.

- n bir tam sayı olmak üzere;

  n ve n + 1 tam sayıları ardışık iki tam sayıdır.

  n, n + 1, n + 2 tam sayıları ardışık üç tam sayıdır.

  n – 1, n, n + 1 sayıları da ardışık üç tam sayıdır.

- n bir tam sayı olmak üzere;

  2n, 2n + 2 sayıları ardışık iki çift tam sayıdır.

  2n – 1, 2n + 1 sayıları ardışık iki tek tam sayıdır.

- Ardışık iki tam sayı arasındaki fark +1 veya –1'dir.

- Ardışık iki çift tam sayı n, n + 2 ile de gösterilebilir. Ancak, burada n çift olmalıdır. Aynı biçimde ardışık iki tek tam sayı n, n + 2 ile gösterilebilir. Burada da n tektir. Buna göre, ardışık üç tek tam sayı ya da ardışık üç çift tam sayı n – 2, n, n + 2 ile gösterilebilir.

3. TAM SAYILARDA BÖLME VE BÖLÜNEBİLME

3.1. Tam Sayılarda Bölme

m ve n birer tam sayı, $n \neq 0$ olsun. $m = n \cdot k$ olacak biçimde bir k tam sayısı varsa, "*m, n ile bölünebiliyor.*" denir.

- Bu durumda n'ye m'nin bir *böleni (çarpanı)* denir.
- n tam sayısı, m tam sayısını bölerse bu durum **n | m** biçiminde gösterilir.
- **n | m** gösterimi "*n, m'yi böler.*" ya da " *m, n'ye bölünebilir.*" diye okunur.

Örnek

a. $60 = 6 \cdot 10$ olduğundan, 60 sayısı 6'ya bölünebilir.
$6 \mid 60$'dır.

b. $84 = 12 \cdot 7$ olduğundan, 84 sayısı 12'ye bölünebilir. $12 \mid 84$'tür.

c. $-50 = -5 \cdot 10$ olduğundan, – 50 sayısı – 5'e bölünebilir. $-5 \mid -50$'dir.

ç. $-50 = 10 \cdot (-5)$ olduğundan, – 50 sayısı 10'a bölünebilir. $10 \mid -50$'dir.

Bölme İle İlgili Özellikler

- $n \mid m \Rightarrow n \mid -m,\ -n \mid m$ ve $-n \mid -m$'dir.
- 1 sayısı her tam sayının bölenidir. Yani, her tam sayı 1'e bölünür.
- 0 sayısı hiçbir sayının böleni değildir. Yani, hiçbir tam sayı 0'a bölünmez.
- 0 sayısı, kendisi hariç her tam sayı ile bölünür ve bölüm 0'dır.
  Yani, $n \neq 0$ için $\frac{0}{n} = 0$'dır.

Örnek

12 sayısının bütün doğal sayı bölenlerinin kümesi;
{1, 2, 3, 4, 6, 12} dir. Çünkü, 12 sayısı 1 ile, 2 ile, 3 ile, 4 ile, 6 ile ve 12 ile ayrı ayrı bölünebilir.

Bir tam sayı n'ye tam bölünebiliyorsa – n'ye de tam bölünebilir.

Buna göre, 12'nin bütün tam sayı bölenlerinin kümesi;
{–12, –6, –4, –3, –2, –1, 1, 2, 3, 4, 6, 12}'dir.

Tam Sayılarda Kalanlı Bölme

$0 \leq k < |b|$ olmak üzere; a, b, c ve k tam sayıları arasında $a = b \cdot c + k$ bağıntısı varsa "*a'nın b'ye bölümünde bölüm c, kalan k'dir.*" denir.

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \cline{2-2} - & c \\ \cline{1-1} k & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \text{Bölünen} & \text{Bölen} \\ \cline{2-2} - & \text{Bölüm} \\ \cline{1-1} \text{Kalan} & \end{array}$$

- Bölme işleminde kalan negatif olamaz: $k \geq 0$'dır.
- Bölme işleminin sağlaması $a = b \cdot c + k$ eşitliği ile yapılır. Bu eşitlik sağlanıyorsa bölme işlemi doğrudur.
- $a = b \cdot c + k$ eşitliğinde, $k < |c|$ ise bölen ile bölüm yer değiştirilebilir. Bu durumda, a'nın c'ye bölümünde bölüm b, kalan k olur.
- Tam sayıların 2'ye bölümlerinden kalanlar 0 ve 1'dir. Tam sayıların 3'e bölümlerinden kalanlar 0, 1 ve 2'dir. Tam sayıların 4'e bölümlerinden kalanlar 0, 1, 2 ve 3'tür.
- Genel olarak, tam sayıların n doğal sayısına bölümlerinden kalanlar;
  0, 1, 2, ... , (n – 1)'dir.

3.2. Bölünebilme Kuralları

2 ile Bölünebilme Kuralı

Birler basamağında 0, 2, 4, 6 ve 8 rakamlarından biri olan tam sayılar 2 ile bölünebilir.

3 ile Bölünebilme Kuralı

Basamaklarındaki rakamların sayı değerlerinin toplamı 3'ün katı olan tam sayılar 3 ile bölünebilir.

☛ Bir doğal sayının 3 ile bölünmesinden kalan ile o sayının rakamlarının sayı değerleri toplamının 3 ile bölünmesinden kalan aynıdır.

4 ile Bölünebilme Kuralı

n = (...zyx) olsun. (yx) iki basamaklı sayısı 4 ile bölünebiliyorsa, n tam sayısı da 4 ile bölünebilir.

☛ n = (...zyx) sayısında x + 2y sayısı 4 ile bölünebiliyorsa, n sayısı da 4 ile bölünebilir.

☛ n sayısının 4 ile bölümünden kalanla (yx) sayısının 4 ile bölümünden kalan aynıdır.

5 ile Bölünebilme Kuralı

Birler basamağında 0 ve 5 rakamlarından biri olan tam sayılar 5 ile bölünebilir.

☛ Bir doğal sayının 5 ile bölünmesinden kalan k ise, bu doğal sayının birler basamağındaki rakam ya k'dir ya da (5 + k)'dir.

8 ile Bölünebilme Kuralı

n = (... tzyx) sayısında (zyx) sayısı 8 ile bölünebiliyorsa, n sayısı da 8 ile bölünebilir.

☛ n = (.....tzyx) sayısında 4z + 2y + x toplamı 8 ile bölünebiliyorsa n sayısı da 8 ile bölünebilir.

☛ n sayısının 8 ile bölümünden kalanla (zyx) sayısının 8 ile bölümünden kalan aynıdır.

9 ile Bölünebilme Kuralı

Basamaklarındaki rakamların sayı değerlerinin toplamı 9'un katı olan tam sayılar 9 ile bölünebilir.

☛ Bir doğal sayının 9 ile bölünmesinden kalan ile o sayının rakamlarının sayı değerleri toplamının 9 ile bölünmesinden kalan aynıdır.

10 ile Bölünebilme Kuralı

Birler basamağı 0 olan tam sayılar 10 ile bölünebilir.

☛ Bir doğal sayının 10 ile bölünmesinden kalan, o sayının birler basamağındaki rakamın değeridir.

11 ile Bölünebilme Kuralı

Sayının rakamları birler basamağından başlanarak sola doğru 1, 2, 3, ... diye numaralandırılır.

Tek sayılarla numaralandırılan ve çift sayılarla numaralandırılanlar kendi arasında toplanır. Bu toplamlar arasındaki fark 11'in katı ise doğal sayı 11'e bölünebilir.

☛ Tek sayılarla numaralandırılan rakamların değerleri toplamı ile çift sayılarla numaralandırılan rakamların değerleri toplamı arasındaki farkın 11 ile bölümünden kalanla, sayının 11 ile bölümünden kalan aynıdır.

6, 12, 15, 18, 24, 36 ve 45 ile Bölünebilme Kuralları

Hem 2'ye hem de 3'e bölünebilen sayılar 6'ya bölünebilir.

Hem 3'e hem de 4'e bölünebilen sayılar 12'ye bölünebilir.

Hem 3'e hem de 5'e bölünebilen sayılar 15'e bölünebilir.

Hem 2'ye hem de 9'a bölünebilen sayılar 18'e bölünebilir.

Hem 3'e hem de 8'e bölünebilen sayılar 24'e bölünebilir.

Hem 4'e hem de 9'a bölünebilen sayılar 36'ya bölünebilir.

Hem 5'e hem de 9'a bölünebilen sayılar 45'e bölünebilir.

Çözümlü Örnek

Dört basamaklı 7a4a sayısının 9 ile bölümünden kalanın 5 olması için, a'nın alabileceği değerleri bulalım.

Çözüm

Bir doğal sayının 9 ile bölünmesinden kalan ile o sayının rakamlarının sayı değerleri toplamının 9 ile bölünmesinden kalan aynıdır.

7a4a sayısının rakamları toplamı: $(11 + 2a)$'dır. Bu sayının 9 ile bölümünden kalan 5 olmalıdır.

k, bir tam sayı olmak üzere; $11 + 2a = 9k + 5$ yazabiliriz.

Buradan, $6 + 2a = 9k$ olur. a bir rakam olduğu için sadece, $a = 6$ için $18 = 9k$ elde ederiz. O hâlde, $a = 6$'dır.

4. ASAL SAYILAR

1'den ve kendisinden başka pozitif böleni (çarpanı) olmayan 1'den büyük doğal sayılara *asal sayı* denir.

Asal olmayan 1'den büyük doğal sayılara *bileşik sayı* denir.

İlk 10 asal sayı; 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 ve 29'dur.

İlk 10 bileşik sayı; 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16 ve 18'dir.

- 2'den başka çift olan asal sayı yoktur.
- Asal sayılar kümesi üstten sınırsızdır.
- 1'den büyük her doğal sayının en az bir asal sayı çarpanı (böleni) vardır.
- n bir bileşik sayı ise, n sayısının $\sqrt{n}$'den büyük olmayan bir asal çarpanı vardır. Bu özellik nedeniyle herhangi bir n doğal sayısının asal sayı olup olmadığı şöyle anlaşılır: n sayısının $\sqrt{n}$'den küçük eşit olan asal sayılardan en az birine bölünüp bölünmediği kontrol edilir. Hiçbirine bölünemiyorsa, n asal sayıdır.

Örnek

223 sayısı asal sayıdır. Çünkü, $\sqrt{223} = 14{,}9\ldots$ dur. 14,9...'a kadar olan asal sayılar; 2, 3, 5, 7 ve 11'dir.

223 sayısı bu asal sayılardan hiçbirine bölünemez. O hâlde, 223 asal sayıdır.

4.1. Asal Çarpanlarına Ayırma

1'den büyük her tam sayı, tabanları farklı asal sayılar, üsleri pozitif doğal sayılar olan çarpanlar cinsinden, çarpanların yazılış sırası önemli olmamak üzere tek türlü yazılabilir. Bu yazılıma, o sayının *asal çarpanlarına ayrılması* denir.

Örnek

a. $12 = 2^2 \cdot 3$ biçiminde asal çarpanlarına ayrılır.

b. $72 = 2^3 \cdot 3^2$ biçiminde asal çarpanlarına ayrılır.

c. $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ biçiminde asal çarpanlarına ayrılır.

ç. $64 = 2^6$ biçiminde asal çarpanlarına ayrılır.

4.2. n! Sayısının Sonundaki 0 Sayısı

$n \geq 5$ olmak üzere, n! sayısının sonunda ardışık olarak kaç tane 0 olduğu şöyle bulunur:

$$\begin{array}{r|l} n & 5 \\ \cline{2-2} & n_1 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} n_1 & 5 \\ \cline{2-2} & n_2 \end{array} \rightarrow \ \cdots \ \rightarrow \begin{array}{r|l} n_{t-1} & 5 \\ \cline{2-2} & n_t \end{array}$$

$n_t < 5$ olmak üzere, $n_1 + n_2 + ... + n_t$ toplamı 0'ların sayısını verir.

☛ $n \geq 5$ için $n! - 1$ sayısının sonundaki ardışık 9'ların sayısı, n! sayısının sonundaki 0'ların sayısına eşittir.

4.3. n! Sayısının Çarpanlarının Üssünü Bulmak

$m \leq n$ ve m asal sayı olsun. n! sayısı asal çarpanlarına ayrıldığında m'nin üssü şöyle bulunur:

$$\begin{array}{r|l} n & m \\ \cline{2-2} - \quad & n_1 \\ \cline{1-1} k_1 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} n_1 & m \\ \cline{2-2} - \quad & n_2 \\ \cline{1-1} k_2 & \end{array} \rightarrow \ \cdots \ \rightarrow \begin{array}{r|l} n_{t-1} & m \\ \cline{2-2} - \quad & n_t \\ \cline{1-1} k_t & \end{array}$$

$n_t < m$ olmak üzere; $n_1 + n_2 + ... + n_t$ toplamı m'nin üssünü verir.

Çözümlü Örnek

$\dfrac{106!}{3^n}$ ifadesinin sonucunun bir doğal sayı olması için n doğal sayısının alabileceği en büyük değeri bulalım.

Çözüm

106! sayısı asal çarpanlarına ayrıldığında 3'ün üssü kaç ise n'nin alabileceği en büyük değer odur.

$$\begin{array}{r|l} 106 & 3 \\ \cline{2-2} -105 & 35 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 35 & 3 \\ \cline{2-2} -33 & 11 \\ \cline{1-1} 2 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 11 & 3 \\ \cline{2-2} -9 & 3 \\ \cline{1-1} 2 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ \cline{2-2} -3 & 1 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

3'ün üssü, $35 + 11 + 3 + 1 = 50$'dir.

O hâlde, $106! = 3^{50} \cdot A$ biçimindedir. A, bir doğal sayıdır ve 3 ile bölünemez.

Buna göre, n'nin alabileceği en büyük değer 50'dir.

4.4. Bir Doğal Sayının Tam Sayı Bölenleri

a, b, c, ... birbirinden farklı asal sayılar; p, q, r, ... pozitif doğal sayılar olmak üzere, $n \geq 2$ doğal sayısı; $n = a^p \cdot b^q \cdot c^r \cdot \ldots$ biçiminde asal çarpanlarına ayrılmış olsun.

1. n doğal sayısının pozitif tam sayı olan bölenlerinin sayısı:

   $(p + 1) \cdot (q + 1) \cdot (r + 1) \cdot \ldots$ dir.

   n doğal sayısının bütün tam sayı bölenlerinin sayısı;
   $2 \cdot (p + 1) \cdot (q + 1) \cdot (r + 1) \cdot \ldots$ dir.

2. n doğal sayısının pozitif tam sayı olan bölenlerinin toplamı:

   $$\frac{a^{p+1}-1}{a-1} \cdot \frac{b^{q+1}-1}{b-1} \cdot \frac{c^{r+1}-1}{c-1} \cdots \text{ dir.}$$

   Bu ifade $(1 + a + a^2 + \ldots + a^p) \cdot (1 + b + b^2 + \ldots + b^q) \cdot \ldots$ biçiminde de yazılabilir.

3. n doğal sayısının pozitif tam sayı olan bölenlerinin çarpımı:

   $$n^{\frac{(p+1)\cdot(q+1)\cdot(r+1)\cdot\ldots}{2}} \text{ dir.}$$

4. n doğal sayısından küçük ve n ile aralarında asal doğal sayıların sayısı:

   $$n \cdot \frac{a-1}{a} \cdot \frac{b-1}{b} \cdot \frac{c-1}{c} \cdots \text{ dir.}$$

Çözümlü Örnek

180 sayısının bütün pozitif doğal sayı bölenlerinin sayısını, toplamını ve çarpımını bulalım.

Çözüm

Önce 180 sayısını asal çarpanlarına ayırmalıyız: $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$'tir.

Pozitif doğal sayı bölenlerin sayısı asal çarpanların üslerinin birer fazlasının çarpımı olduğundan, $(2 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ tanedir.

Pozitif doğal sayı bölenlerin toplamı,

$$(1 + 2 + 2^2) \cdot (1 + 3 + 3^2) \cdot (1 + 5) = 7 \cdot 13 \cdot 6 = 546\text{'dir.}$$

Pozitif doğal sayı bölenlerinin çarpımı; $180^{\frac{18}{2}} = 180^9$ dur.

5. EN BÜYÜK ORTAK BÖLEN (EBOB)

a, b ve m tam sayıları için m sayısı hem a'yı hem de b'yi bölüyorsa m'ye a ile b'nin bir *ortak böleni* denir.

- $(a, b) \neq (0, 0)$ olmak üzere a ile b'nin ortak bölenlerinin bir en büyüğü vardır ve buna *en büyük ortak bölen* ya da ortak bölenlerin en büyüğü denir.
- En Büyük Ortak Bölen kısaca *EBOB(a, b)* ile gösterilir.
- Bu tanıma göre en az biri sıfırdan farklı olan tam sayıların EBOB'u tanımlıdır.
- Üç veya daha fazla tam sayının EBOB'u aynı biçimde tanımlanır.

Örnek

a. 24 sayısının pozitif bölenleri; 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ve 24'tür.

b. 30 sayısının pozitif bölenleri; 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 ve 30'dur.

c. 24 ve 30 sayılarının ortak bölenleri; 1, 2, 3 ve 6'dır.

ç. EBOB (24, 30) = 6'dır. Çünkü, 24 ve 30 sayılarının ortak bölenleri 1, 2, 3 ve 6 idi. Bu ortak bölenlerin en büyüğü 6'dır.

5.1. EBOB Nasıl Bulunur?

İki veya daha fazla doğal sayının EBOB'u şöyle bulunur: Sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Tabanları aynı olan çarpanların en küçük üslüleri alınarak çarpılır. Elde edilen sayı, o sayıların EBOB'udur.

Çözümlü Örnek

168, 180 ve 540 sayılarının EBOB'unu bulalım.

Çözüm

Önce bu sayıları asal çarpanlarına ayırmalıyız.

$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$

$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

$540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$

tir. Sayıların asal çarpanlarının hepsinde ortak olan tabanlar 2 ve 3'tür.

5 ve 7 ortak çarpan değillerdir. Çünkü; 5, sayıların ikisinde var, birinde yoktur; 7, sayıların birinde var, ikisinde yoktur.